descomplica

Resumão

Matemática

Exercícios de potenciação e radiciação

Exercícios

1. Simplifique a expressão $\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}+1}$.

2. Se $3^x = 2$, para algum número real x, o valor de $3^{-\frac{x}{2}}$ é:

a) $2^{\frac{1}{2}}$
b) 3
c) 2
d) $2^{-\frac{1}{2}}$
e) $\frac{3}{2}$

3. Simplificando $\left(\sqrt[3]{9}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)\left(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{24}\right)$, encontramos:

a) 9
b) 10
c) $\sqrt[3]{3}$
d) 12
e) 1

4. (Fuvest) De 1869 até hoje, ocorreram as seguintes mudanças de moeda no Brasil: (1) em 1942, foi criado o cruzeiro, cada cruzeiro valendo mil réis; (2) em 1967, foi criado o cruzeiro novo, cada cruzeiro novo valendo mil cruzeiros; em 1970, o cruzeiro novo voltou a se chamar apenas cruzeiro; (3) em 1986, foi criado o cruzado, cada cruzado valendo mil cruzeiros; (4) em 1989, foi criado o cruzado novo, cada um valendo mil cruzados; em 1990, o cruzado novo passou a se chamar novamente cruzeiro; (5) em 1993, foi criado o cruzeiro real, cada um valendo mil cruzeiros; (6) em 1994, foi criado o real, cada um valendo 2.750 cruzeiros reais. Quando morreu, em 1869, Brás Cubas possuía 300 contos. Se esse valor tivesse ficado até hoje em uma conta bancária, sem receber juros e sem pagar taxas, e se, a cada mudança de moeda, o depósito tivesse sido normalmente convertido para a nova moeda, o saldo hipotético dessa conta seria, aproximadamente, de um décimo de:

Dados: um conto equivalia a um milhão de réis.

Um bilhão é igual a 10^9 e um trilhão é igual a 10^{12}.

a) real.

b) milésimo de real.

c) milionésimo de real.

d) bilionésimo de real.

e) trilionésimo de real.

5. Analise as proposições abaixo e classifique-as e V(verdadeira) ou F(falsa).

( ) Se $m = \dfrac{0,0001.(0,01)^2.1000}{0,001}$, então $m = \dfrac{1}{100}$.

( ) O número $(0,899^2 - 0,101^2)$ é menor que $\dfrac{7}{10}$.

( ) $\left(\sqrt{\left(2^{\sqrt{2}+1}\right)^{\sqrt{2}-1}}.\sqrt{4.\sqrt{\left(2^{\sqrt{3}+1}\right)^{\sqrt{3}-1}}}\right)$ é irracional.

A sequência correta é:

a) V – F – F

b) V – F – V

c) F – F – F

d) F – V – V

6. Sabendo-se que $x = \frac{1}{2}$ e $y = -4$, o valor da expressão $\frac{x^{-y} - (-y)^{-x}}{x+y}$ é igual a:

a) x^3

b) y^{-2}

c) $2y$

d) $x^2.y$

e) $\frac{x}{y}$

7. Mostre que $\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$ está entre 2,5 e 5.

8. Utilizando seus conhecimentos de potenciação, determine o primeiro digito não nulo após a vírgula na representação decimal da fração $\frac{1}{5^{12}}$.

Gabarito

1. $3\sqrt{2}-3.$

Dado que $\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$, segue que:

$$\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}+1} = \frac{3}{\sqrt{2}+1}\cdot\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{3\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}^2-1^2} = \frac{3\sqrt{2}-3}{2-1} = 3\sqrt{2}-3$$

2. **D**

Se $3^x = 2$, $(3^x)^{-1} = 2^{-1} \rightarrow 3^{-x} = 2^{-1}$. Assim, $(3^{-x})^{\frac{1}{2}} = (2^{-1})^{\frac{1}{2}} \rightarrow 3^{-\frac{x}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}$.

3. **D**

$$\left(\sqrt[3]{9} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right).\left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{24}\right) = \frac{\sqrt[3]{27}+1}{\sqrt[3]{3}}.\left(\sqrt[3]{3} + 2.\sqrt[3]{3}\right) = \frac{3+1}{\sqrt[3]{3}}.\sqrt[3]{3}(1+2) = \frac{3+1}{\sqrt[3]{3}}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot 3 = 12$$

4. **D**

Tem-se que $\mathbf{1\ real} = 2,75\,.\,10^3\,.\,10^3\,.\,10^3\,.\,10^3\,.\,10^3 = 2,75\,.\,10^{18}\ réis.$

Portanto, como $300\ contos = 300\cdot 10^6 = 3\cdot 10^8\ réis$, segue que o saldo hipotético dessa conta hoje seria

$$\frac{3\,.\,10^8}{2,75\,.\,10^{18}} \cong \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10^9}$$

Ou seja, aproximadamente um décimo de bilionésimo de real.

5. **A**

Verdadeira.

$$m = \frac{0,0001\,.\,(0,01)^2\,.\,1000}{0,001} = \frac{10^{-4}\,.\,(10^{-2})^2\,.\,10^3}{10^{-3}} = \frac{10^{-5}}{10^{-3}} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$$

Falsa.

$$0,899^2 - 0,101^2 = (0,899+0,101)\,.\,(0,899-0,101) = 0,798 > \frac{7}{10}$$

Falsa.

$$\sqrt{(2^{\sqrt{2}}+1)^{\sqrt{2}-1}}\,.\sqrt{4\sqrt{(2^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}-1}}} = \sqrt{2^{\sqrt{2^2}-1^2}}\,.\sqrt{4.\sqrt{2^{\sqrt{3^2}-1^2}}} = \sqrt{2}.\sqrt{4\,.\,\sqrt{2^2}} = \sqrt{2}\,.\sqrt{8} = \sqrt{16} = 4,$$

que é racional. Logo, a sequência pedida é V – F – F.

6. **A**

Do enunciado, temos que:

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-(-4)} - \left(-(-4)\right)^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} + (-4)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{16} - \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}}{-\frac{7}{2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{16} - \frac{1}{2}}{-\frac{7}{2}} =$$

$$= \frac{-\frac{7}{16}}{-\frac{7}{2}} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = x^3$$

7. $\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2} = \mathbf{2,5 \cdot \sqrt[3]{4}}$

Como $\sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{4} < \sqrt[3]{8}$, então $1 < \sqrt[3]{4} < 2$. Assim, $1 \cdot 2,5 < 2,5 \cdot \sqrt[3]{4} < 2 \cdot 2,5 \rightarrow 2,5 < 2,5 \cdot \sqrt[3]{4} < 5$.

8. **O primeiro dígito não nulo após a vírgula é 4.**

Você concorda que fazer uma divisão por 10 ou por uma de suas potências é mais fácil do que fazer uma divisão por 5^{12}? Dessa forma, vamos multiplicar a fração $\frac{1}{5^{12}}$ por $\frac{2^{12}}{2^{12}}$:

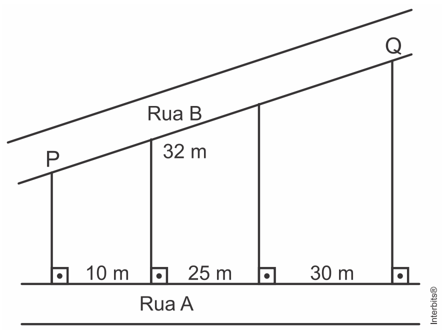
$$\frac{1}{5^{12}} \cdot \frac{2^{12}}{2^{12}} = \frac{2^{12}}{(5 \cdot 2)^{12}} = \frac{2^{12}}{10^{12}} = \frac{4096}{10^{12}} = 0,000000004096$$

(para fazer a divisão, andamos com a vírgula, mas não é obrigatório fazer isso para perceber que o primeiro dígito não nulo depois da vírgula é o 4)

Exercícios: Retas paralelas cortadas por uma transversal/teorema de Tales

Exercícios

1. Com a urbanização, as cidades devem melhorar sua infraestrutura, como, por exemplo, fazendo mais vias asfaltadas. Sendo assim, a figura abaixo mostra a rua B, que precisa ser asfaltada do ponto P até o ponto Q. Na rua A, já asfaltada, há três terrenos com frente para a rua B e para rua A. As divisas dos lotes são perpendiculares à rua A. As frentes dos lotes $1, 2$ e 3 para a rua A medem, respectivamente, $10\ m$, $25\ m$ e $30\ m$. A frente do lote 2 para a rua B mede $32\ m$.



Quantos metros de asfalto serão necessários?

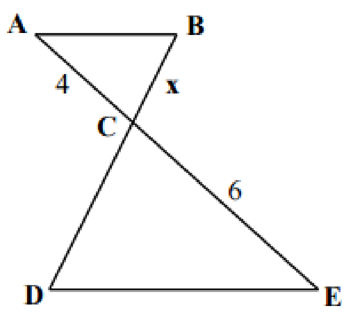
a) $65\ m$

b) $72\ m$

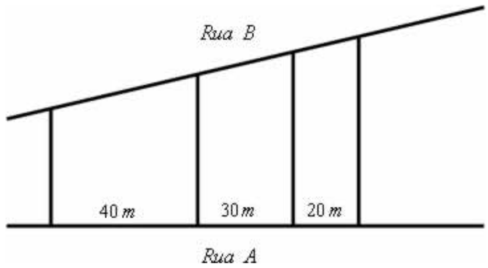
c) $38{,}4\ m$

d) $83{,}2\ m$

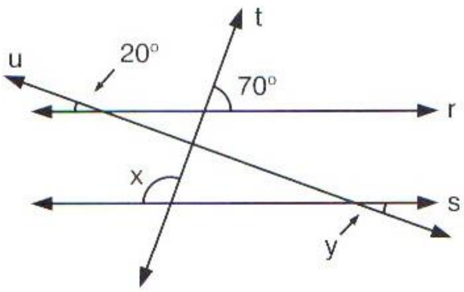
2. Na figura abaixo, as medidas assinaladas são dadas em centímetros, e $\overline{AB}\ //\ \overline{DE}$. Se $\overline{BD} =\ 7\ cm$, qual o valor de x?



3. Três terrenos têm frente para a rua A e para a rua B, como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Qual a medida de frente para a rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua tem $180\ m$?

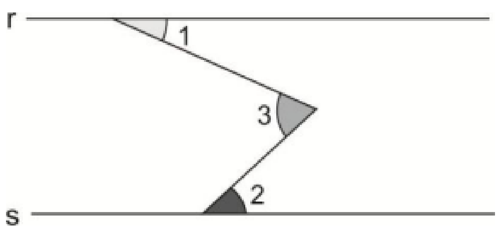


4. Na figura abaixo tem-se $r//s$; t e u são transversais. O valor de $x + y$ é:



a) $100°$
b) $120°$
c) $130°$
d) $140°$
e) $150°$

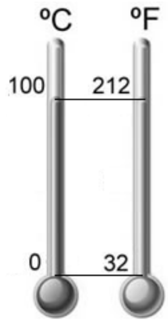
5. (Fuvest) Na figura, as retas r e s são paralelas, o ângulo 1 mede $45°$ e o ângulo 2 mede $55°$. A medida, em graus, do ângulo 3 é



a) $50°$
b) $55°$
c) $60°$
d) $80°$
e) $100°$

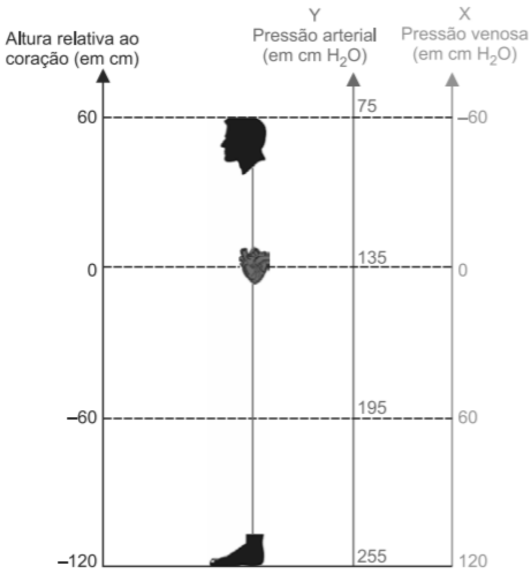
6. Dois postes perpendiculares ao solo, de tamanhos distintos, estão a uma distância de $4\ m$ um do outro, e um fio bem esticado de $5\ m$ liga seus topos. Prolongando esse fio até prendê-lo ao solo, são utilizados mais $4\ m$ de fio. Determine a distância entre o ponto onde o fio foi preso ao solo e o poste mais próximo a ele.

7. Uma das aplicações do teorema de Tales no cotidiano se dá na termologia. A figura ao lado mostra dois termômetros tais que o mercúrio dentro de ambos atinge a mesma altura. Note que a escala entre eles é distinta: à esquerda, temos a escala Celcius, à direita; Fahrenheit.



Quando o termômetro marca 10 graus na escala Celsius, quanto marca na escala Fahrenheit?

8. (Albert Einstein) O diagrama a seguir representa as pressões médias nas artérias e veias principais, em várias posições, em relação ao coração de uma pessoa de $1{,}80\ m$ de altura em pé.



(Emiko Okuno *et al*. *Física para ciências biológicas e biomédicas*, 1982. Adaptado.)

Calcule a pressão arterial média, em cm de H_2O, de um ponto do corpo dessa pessoa que esteja a $1{,}70\ m$ do chão.

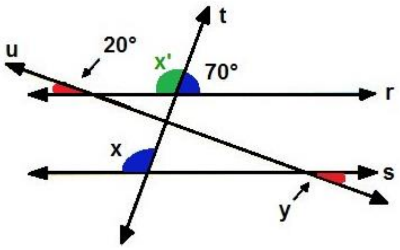
Gabarito

1. **D**
   De acordo com o Teorema de Tales, podemos escrever que:
   $$\frac{32}{PQ} = \frac{25}{10+25+30} \Rightarrow 25 \cdot PQ = 32 \cdot 65 \Rightarrow PQ = 83{,}2 \text{ m}$$

2. $\boldsymbol{x = 2,8.}$
   Como $BD = 7$, $CD = 7 - x$. Pelo Teorema de Tales, $\frac{4}{x} = \frac{6}{7-x} \to 4(7-x) = 6x \to 28 - 4x = 6x \to 28 = 10x \to x = 2{,}8$.

3. $x = 20\ m$, $y = 15\ m$ e $z = 10\ m$.
   Seja x, y e z os lotes em frente às partes de $40\ m$, $30\ m$ e $20\ m$, respectivamente. Pelo Teorema de Tales:
   $$\frac{40}{x} = \frac{30}{y} = \frac{20}{z} = \frac{40+30+20}{180} \to \frac{40}{x} = \frac{30}{y} = \frac{20}{z} = \frac{90}{180} = \frac{1}{2}$$
   Assim, $x = 40\,.\,2 = 80\ m$, $y = 30\,.\,2 = 60\ m$ e $z = 20\,.\,2 = 40\ m$.

4. **C**
   Para analisar as duas retas paralelas r e s cortadas pelas duas retas transversais $\boldsymbol{t}$ e $\boldsymbol{u}$, faremos as marcações coloridas de ângulos que podem ser identificados na figura:

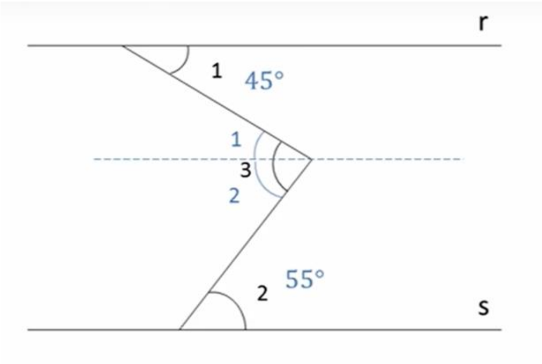


   Observe que o ângulo de $\mathbf{20}°$ e o ângulo $\boldsymbol{y}$, destacados em vermelho, podem ser classificados como alternos externos, pois estão em lados "alternados" à reta $\boldsymbol{u}$ e são "externos" às retas $\boldsymbol{r}$ e $\boldsymbol{s}$, portanto, podemos afirmar que esses ângulos possuem a mesma medida, isto é, $\boldsymbol{y} = \mathbf{20}°$.
   Podemos ainda afirmar que o ângulo $\boldsymbol{x'}$, destacado em verde, é correspondente ao ângulo $\boldsymbol{x}$, sendo então de mesma medida ($\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x'}$). Temos ainda também que os ângulos $\boldsymbol{x'}$ e $\mathbf{70}°$ são suplementares, logo:
   $x' + 70° = 180°$
   $x' = 180° - 70°$
   $x' = x = 110°$

   A soma $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}$ resulta em $130°$.

5. **E**

Traçaremos uma reta paralela a $\boldsymbol{r}$.



Podemos ver agora que o ângulo 3 foi dividido em dois ângulos (1 e 2)

Sendo assim, temos que

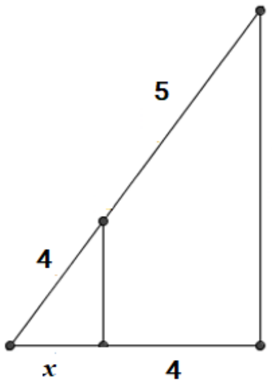
$\hat{3} = \hat{1} + \hat{2}$

$\hat{3} = 45° + 55°$

$\hat{3} = 100°$

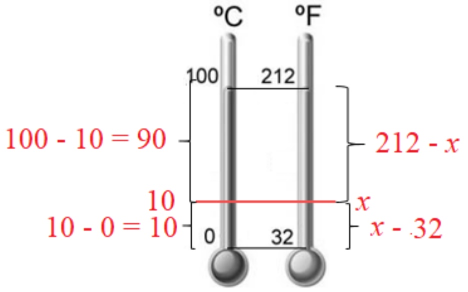
6. $3{,}2$ m.

Temos um cenário como o abaixo:



Pelo Teorema de Tales, $\frac{4}{x} = \frac{5}{4} \rightarrow x = \frac{16}{5} = 3{,}2\ m.$

7. A temperatura será de $50°F$.
A partir do marco de $10°C$ traçamos uma reta horizontal que intercepta nossas duas escalas e calculamos as medidas dos segmentos formados:

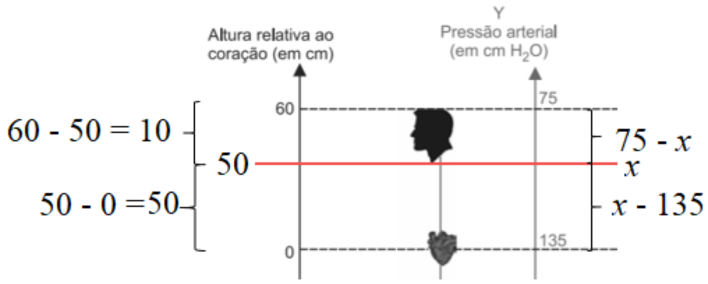


Pelo Teorema de Tales, segue que:

$$\frac{90}{10} = \frac{212 - x}{x - 32} \rightarrow 10(212 - x) = 90(x - 32) \rightarrow 2.120 - 10x = 90x - 2.880 \rightarrow 100x = 5.000 \rightarrow x = 50°F$$

Obs.: Você também pode resolver este problema pelas fórmulas de física. Na verdade, as fórmulas são demonstradas pelo Teorema de Tales, pelo mesmo caminho que o desse gabarito. Então desse jeito é bem mais legal ;)

8. A pressão é de 85 $(em\ cm\ de\ H_2O)$.
Primeiramente, se estamos a uma altura de $\mathbf{1,70\ m}$ do chão, estamos a $\mathbf{50\ cm}$ acima do coração, como ilustra o esquema a seguir. Dessa forma, traçamos uma reta paralela à horizontal que intercepta as duas escalas do problema: a da altura relativa ao coração e a da pressão arterial.



Pelo Teorema de Tales, segue que:

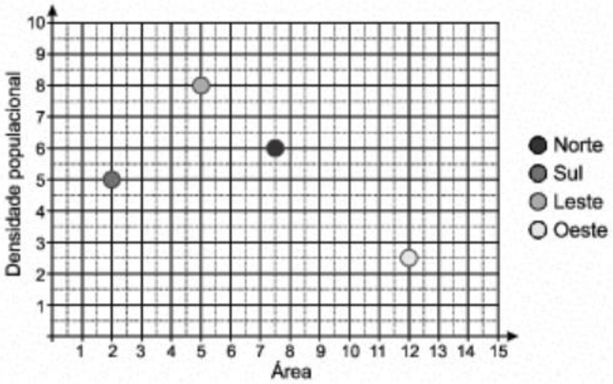
$$\frac{10}{50} = \frac{75 - x}{x - 135} \rightarrow 50(75 - x) = 10(x - 135) \rightarrow 3.750 - 50x = 10x - 1.350$$

$$5.100 = 60x \rightarrow x = 85$$

Grandezas proporcionais e escala

Exercícios

1. (Unesp) Uma cidade tem sua área territorial dividida em quatro regiões. O esquema apresenta, de modo simplificado, a área territorial e a densidade populacional dessas quatro regiões:



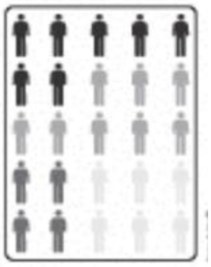
A participação das populações dessas regiões na população total da cidade é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

2. (Uerj) Casos de febre amarela desde o início de 2017:

$$\text{- confirmados} \rightarrow 779$$

$$\text{- suspeitos} \rightarrow 435$$

Mortes entre os casos confirmados: 262

Suponha que todos os casos suspeitos tenham sido comprovados, e que a razão entre o número de mortes e o de casos confirmados permaneça a mesma. Nesse caso, com as novas comprovações da doença, o número total de mortos por febre amarela estaria mais próximo de:

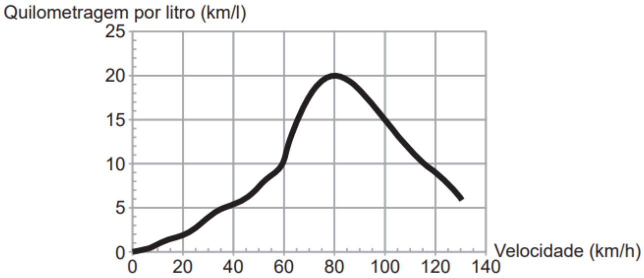
a) 365

b) 386

c) 408

d) 503

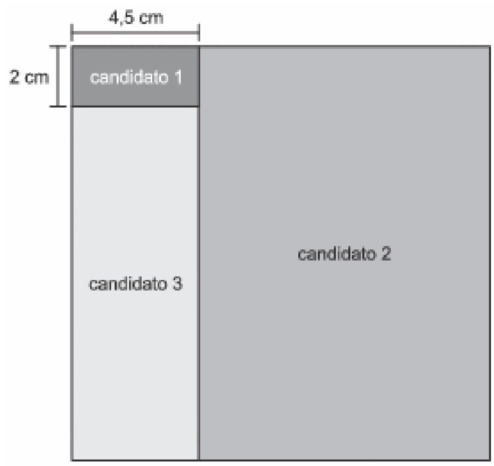
3. (Unicamp) A eficiência de um veículo pode ser avaliada pela quantidade de quilômetros que ele é capaz de percorrer com um litro de combustível. Tal eficiência depende de vários fatores, entre eles a velocidade adotada. O gráfico abaixo exibe o número de quilômetros percorridos por litro de combustível, para um determinado veículo, em função da velocidade.



a) Supondo que o veículo trafegue com velocidade constante de 100 km/h, determine quantos litros de combustível ele consome para percorrer 60 km.

b) Considere que o veículo tenha 50 litros de combustível em seu tanque. Determine a sua autonomia máxima, isto é, a maior distância que ele pode percorrer, supondo que ele trafegue a uma velocidade constante.

4. (Unesp) Os estudantes 1, 2 e 3 concorreram a um mesmo cargo da diretoria do grêmio de uma faculdade da UNESP, sendo que 1 obteve 6,25% do total de votos que os três receberam para esse cargo. Na figura, a área de cada um dos três retângulos representa a porcentagem de votos obtidos pelo candidato correspondente. Juntos, os retângulos compõem um quadrado, cuja área representa o total dos votos recebidos pelos três candidatos.



Do total de votos recebidos pelos três candidatos, o candidato 2 obteve:

a) 61,75%

b) 62,75%

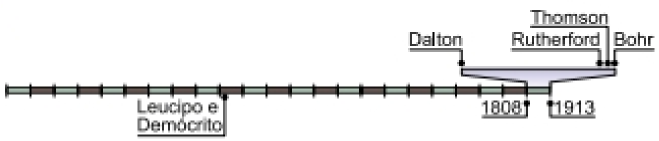
c) 62,50%

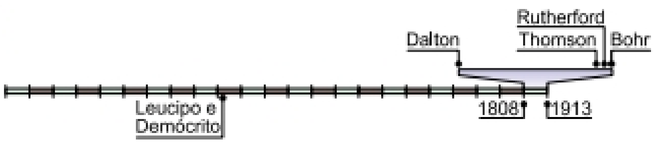
d) 62,00%

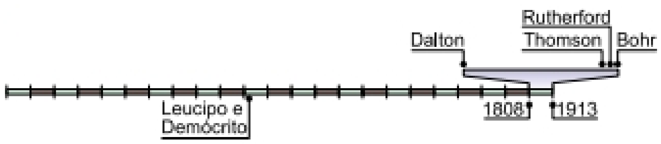
e) 62,25%

5. (Unesp) Estudos sobre modelos atômicos foram fundamentais para o desenvolvimento da Química como ciência. Por volta de 450 a.C., os filósofos gregos Leucipo e Demócrito construíram a hipótese de que o mundo e, em consequência, a matéria eram constituídos a partir de unidades idênticas e indivisíveis, chamadas átomos. Contudo, foi somente a partir do século XIX que a realização de experimentos tornou possível a comprovação de hipóteses desenvolvidas ao longo do tempo. Um dos primeiros modelos aceitos foi criado por John Dalton, apresentado em um livro de sua autoria, publicado em 1808. Anos depois, outros dois principais modelos foram desenvolvidos, até que, em 1913, o físico Niels Bohr publicou um livro com sua teoria sobre o modelo atômico.

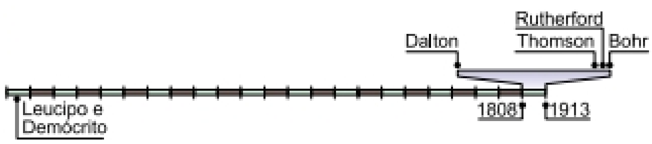
Tomando como referência as datas de publicação dos trabalhos de Dalton e de Bohr, a linha do tempo que apresenta os fatos históricos do desenvolvimento do modelo atômico, com espaço proporcional à distância de tempo entre eles, é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

6. O projeto PRODES – Monitoramento do desmatamento das formações florestais na Amazônia Legal -, do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais), monitora as áreas desmatadas da Amazônia legal e mantém um registro da área desmatada por ano. Um levantamento sobre esses dados a partir de 2016 mostrou que em 2019 houve um acréscimo de 35% da área desmatada em relação a 2018, de 45% em relação a 2017 e de 28% em relação a 2016.

Considerando os dados apresentados, relativos ao período analisado, é correto afirmar:

a) O ano que teve a menor área desmatada foi 2016.

b) A área desmatada em 2019 corresponde a 80% da área total desmatada no período de 2017 a 2018.

c) A área desmatada em 2018 foi 35% menor do que em 2019.

d) A área desmatada em 2018 foi menor que a área desmatada em 2016.

7. O projeto PRODES – Monitoramento do desmatamento das formações florestais na Amazônia Legal -, do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais), monitora as áreas desmatadas da Amazônia legal e mantém um registro da área desmatada por ano. Um levantamento sobre esses dados a partir de 2016 mostrou que em 2019 houve um acréscimo de 35% da área desmatada em relação a 2018, de 45% em relação a 2017 e de 28% em relação a 2016.

Sabendo que a soma das áreas desmatadas nos anos de 2017, 2018 e 2019 foi de 24.600 km2 , a área desmatada no ano de 2019 está entre

a) 8.601 km^2 e 9.200 km^2

b) 9.201 km^2 e 9.800 km^2.

c) 8.801 km^2 e 10.400 km^2.

d) 10.401 km^2 e 11.200 km^2.

8. A velocidade de impressão de uma impressora é calculada em páginas por minuto (ppm). Suponha que determinada impressora tem velocidade de impressão de 15ppm em preto-e-brando e de 8ppm em cores.

a) Quanto tempo essa impressora gasta para imprimir 230 páginas em preto-e-branco? Dê sua reposta no formato __min __seg

b) Trabalhando ininterruptamente durante 30 minutos, essa impressora imprimiu 366 páginas entre preto-e-branco e colorida. Quantas dessas páginas eram coloridas?

Gabarito

1. D

Sabendo que a densidade populacional corresponde à razão entre a população e a área, tem-se que a população norte é 7,5 . 6 = 45, e da região sul é 2.5 = 10, a da região leste é 5.8 = 40 e a da oeste é 12. 2,5 = 30. Portanto, a população total é igual a 45 + 10 + 40 + 30 = 125. Em consequência, considerando os diagramas das alternativas, podemos afirmar que a participação da região norte corresponde a 25. $\frac{45}{125}$ = 9, a da região sul corresponde a 25. $\frac{10}{125}$ = 2, a da região leste corresponde a 25. $\frac{40}{125}$ = 8 e a da região oeste corresponde a 25. $\frac{30}{125}$ = 6.

2. C

Calculando:

$\frac{262}{779} = \frac{x}{779+435}$ → 408,30

3.

a) 4 litros. Do gráfico, quando a velocidade do veículo é igual a 100 km/h, sua quilometragem por litro é 15km/l.. Daí temos: $\frac{\mathbf{15\ km}}{\mathbf{1\ l}} = \frac{\mathbf{60\ km}}{\mathbf{x}}$.

b) 1.000km. Do gráfico, a autonomia máxima será obtida se o veículo estiver a uma velocidade constante e igual a 80 km/h. Nesse caso, sua quilometragem por litro é 20 km/l. Portanto, temos:

$\frac{20\ \text{km}}{1\ \text{l}} = \frac{\text{d}}{50\ \text{l}}$

$\text{d} = 1000\ \text{km}$

4. C

(4,5 . 2) cm^2 ———— 6,25%

x cm^2 ———— 100%

x = $\frac{4,5\ .\ 2\ .\ 100}{6,25}$ = 144 cm^2 → quadrado lado 12

Candidato 3 → (12-2) . 4,5 = 45 cm^2

Candidato 2 → (12-4,5) . 12 = 90 cm^2

90 cm^2 ———— y%

144 cm^2 ———— 100%

y = $\frac{9000}{144}$ = 62,5

5. E

Desde que uma unidade da escala corresponde a 1913 – 1808 = 105 anos, podemos afirmar que existem $\frac{1080+450}{105}$ = 21,5 unidades separando a publicação de Dalton e a hipótese de Leucipo e Demócrito. Portanto, sabendo o modelo de Thomson antecedeu o modelo de Rutherford, segue que a alternativa correta é a [E].

6. D

Sejam x, y, z e w, respectivamente, as áreas desmatadas em 2019, 2018, 2017 e 2016. Logo, temos

$x = 1{,}35y$

$x = 1{,}45z$

$x = 1{,}28w$.

Daí, vem $1{,}35y = 1{,}45z = 1{,}28w$

A alternativa verdadeira é a letra D pois

$$y = \frac{1{,}28}{1{,}35}w < w$$

7. C

Sejam x, y, z e w, respectivamente, as áreas desmatadas em 2019, 2018 e 2017. Desde que x = 1,35y e x = 1,45z, temos

$$x + y + 2 = 24600 \Rightarrow x + \frac{x}{1{,}3^5} + \frac{x}{1{,}45} = 21600 \Rightarrow x \cong 10121{,}8\mathrm{km}^2$$

Portanto, vem que 8801 < x < 10400

8. Tempo gasto para imprimir cada página em preto e branco: 1/15min

Tempo gasto para imprimir cada página colorida: 1/8min

a) $230 \cdot \frac{1}{15} = 15{,}333\ldots$ minutos = 15minutos e 20 segundos

b) Admitindo que x é a quantidade de páginas coloridas e 366 – x a quantidade de páginas em preto e branco, podemos escrever:

$$x \cdot \frac{1}{8} + (366 - x) \cdot \frac{1}{15} = 30$$

$$15x + 8 \cdot (366 - x) = 3600$$

$$15x + 2928 - 8x = 3600$$

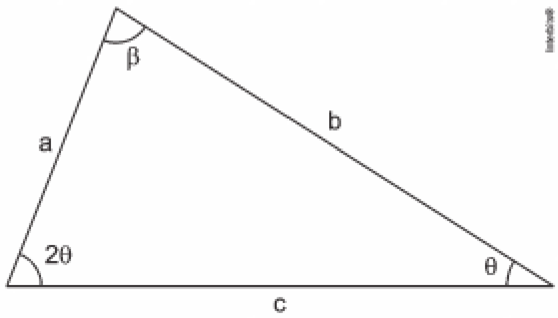
$$7x = 672 \Rightarrow x = 96$$

Portanto, o número de páginas coloridas é 96.

Exercícios: Triângulos

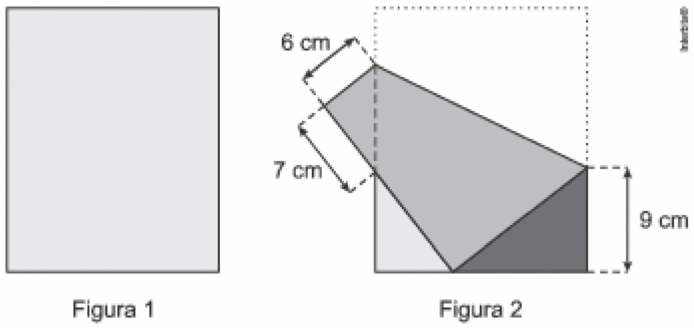
Exercícios

1. (Unicamp) A figura abaixo exibe um triângulo com lados de comprimentos a, b e c e ângulos internos $\theta, 2\theta\ e\ \beta$.



Supondo que o triângulo seja isosceles, determine todos os valores possíveis para o ângulo θ.

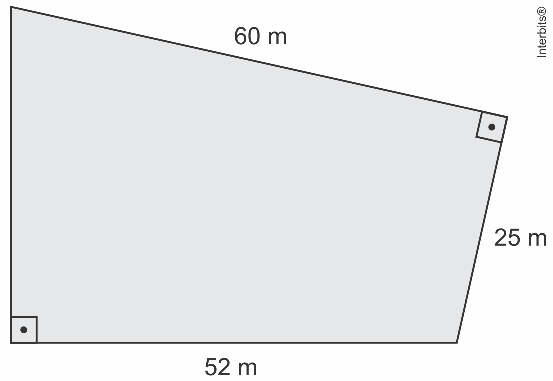
2. Uma folha de papel rectangular (figura 1) é dobrada conforme indicado na figura 2 abaixo:



A área do triãngulo cinza escuro na Figura 2, formado após a dobra da folha, mede, em centímetros quadrados

a) 31,50
b) 34,65
c) 47,25
d) 63,00
e) 189,00

3. (Espm) A área do terreno representado na figura abaixo é igual a:



a) 1896m²

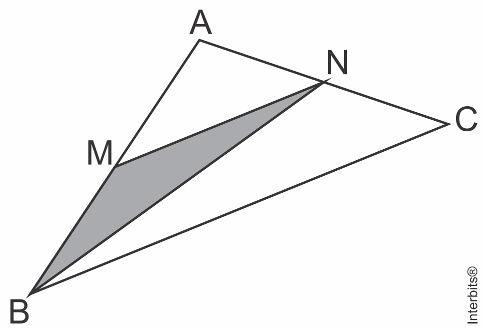
b) 1764m²

c) 2016m²

d) 1592m²

e) 1948m²

4. (Unicamp) No triângulo ABC exibido na figura a seguir, M é o ponto médio do lado AB, e N é o ponto médio do lado AC.



Se a área do triângulo MBN é igual a t, então a área do triângulo ABC é igual a

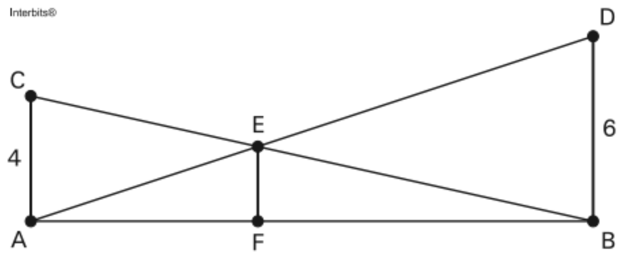
a) 3t

b) $2\sqrt{3}t.$

c) 4t

d) $3\sqrt{2}t.$

5. (Enem) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

a) 1m

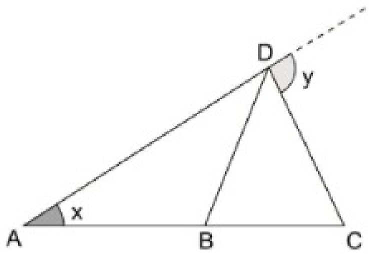
b) 2m

c) 2,4m

d) 3m

e) $2\sqrt{6}m$

6. Na figura $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD}$



a) y = 3x

b) y = 2x

c) x + y = 180

d) x = y

e) 3x = 2y

7. Uma praça tem a forma de um quadrado de $200\,\text{m}$ de lado. Partindo juntas de um mesmo canto P, duas amigas percorrem o perímetro da praça caminhando em sentidos opostos, com velocidades constantes. O primeiro encontro delas se dá em um ponto A e o segundo, em um ponto B. Se a medida do segmento PA é $250\,\text{m}$, então, o segmento PB mede:

a) 50m
b) 100m
c) 150m
d) 200m
e) 250m

8. Um marceneiro possui um pedaço de madeira no formato de um triângulo retángulo, cujos catetos medem 12cm e 35 cm. A partir desta peça, ele precisa extrair o maior quadrado possível, de tal forma que um dos ângulos retos do quadrado coincide com o ângulo reto do triângulo. A medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de

a) 8 cm
b) 8,5 cm
c) 9 cm
d) 9,5 cm
e) 10 cm

Gabaritos

1. O triângulo é isosceles se $\boldsymbol{\beta = \theta \ ou \ \beta = 2\theta}$**.** Logo, no primeiro caso, temos $4\theta = 180^0$, o que implica em $\theta = 45^0$. Já no segundo caso, temos $5\theta = 180^0$, o que implica em $\theta = 36^0$

2. C

calculando:

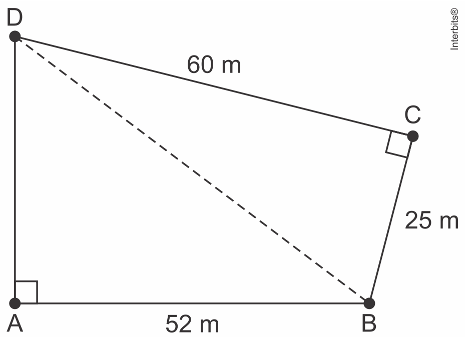
$\frac{9}{x} = \frac{6}{7}$

$x = 10{,}5$

$S = \frac{10{,}5 \cdot 9}{2} = 47{,}25$

3. B

Considere a figura.



Do triângulo BCD, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 25^2 + 60^2$$
$$\Rightarrow \overline{BD}^2 = 5^2 \cdot (5^2 + 12^2)$$
$$\Rightarrow \overline{BD}^2 = 65^2 \text{ m}^2.$$

Logo, do triângulo ABD, novamente pelo Teorema de Pitágoras, encontramos

$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 \Leftrightarrow 65^2 = 52^2 + \overline{AD}^2$$
$$\Rightarrow \overline{AD} = \sqrt{(65-52)\cdot(65+52)}$$
$$\Rightarrow \overline{AD} = 39 \text{ m}.$$

A resposta é dada por

$$\begin{aligned}(ABCD) &= (ABD) + (BCD)\\ &= \frac{1}{2}\cdot \overline{AB}\cdot\overline{AD} + \frac{1}{2}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{CD}\\ &= \frac{1}{2}\cdot(52\cdot 39 + 25\cdot 60)\\ &= 1764 \text{ m}^2.\end{aligned}$$

4. C

Sendo M o ponto médio de AB e tendo os triângulos AMN e MBN a mesma altura, temos $(AMN) = (MBN) = t$. Analogamente, sendo N o ponto médio de AC, vem $(BCN) = (BAN)$.

Portanto, a reposta é $4(MBN) = 4t$.

5. C

Podemos ver que os triângulos AEC e BED são semelhanteAFs. Logo,

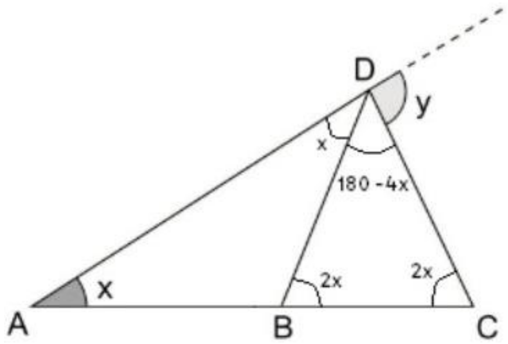
$$\frac{AF}{BF} = \frac{AC}{BD} \leftrightarrow \frac{AF}{BF} = \frac{4}{6} \leftrightarrow \frac{AF + BF}{AF} = \frac{2+3}{2} \leftrightarrow \frac{AF}{AF + BF} = \frac{2}{5}$$

Além disso, como os triângulos AEF e ABD também são semelhantes, vem

$$\frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BD} \leftrightarrow \frac{AF}{AF + BF} = \frac{EF}{6} \leftrightarrow \frac{EF}{6} = \frac{2}{5} \leftrightarrow EF = 2{,}4\text{m}$$

6. A

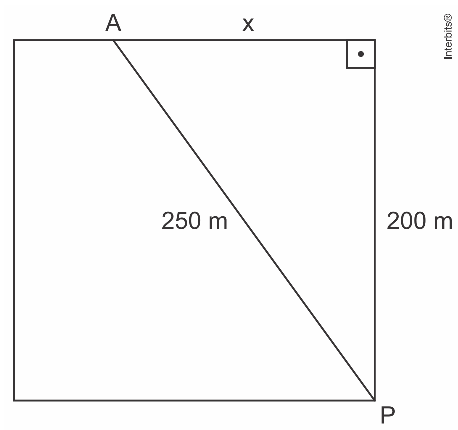
Observe a figura:



DBC = 2x, pois é ângulo externo ao triângulo ABD. Como ABD e BCD são isósceles podemos fazer a marcação de alguns ângulos, como mostrado na figura.
Dessa maneira, x + 180 – 4x + y = 180
y = 3x

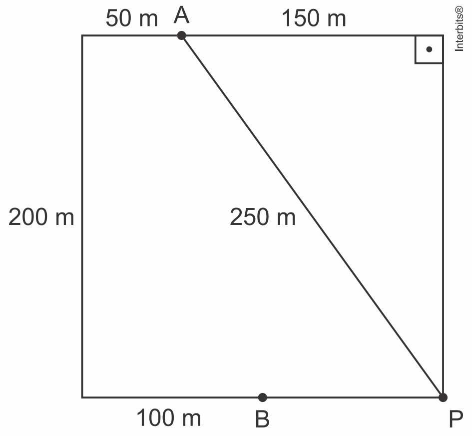
7. B

O primeiro passo é calcular a medida x indicada na figura abaixo:



$$x^2 + 200^2 = 250^2 \Rightarrow x = 150\text{ m}$$

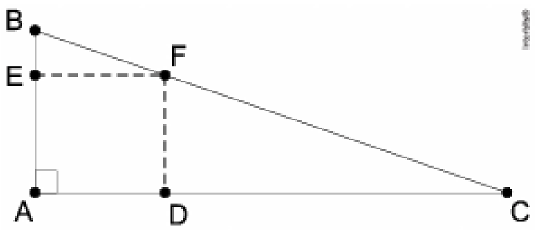
Concluímos então que uma das amigas irá percorrer 350 m até o primeiro ponto de encontro A. Para chegar ao ponto B esta mesma amiga deverá percorrer mais 350 m a partir do ponto A.



Logo, a medida do segmento de extremos P e B será dada por: $PB = 200 - 100 = 100\text{ m}$.

8. C

Considere a figura, em que AB = 12cm, AC = 35cm e AE = x cm.



Os triângulos ABC e EBF são semelhantes por AA. Logo, temos

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{12 - x}{12} = \frac{x}{35} \Leftrightarrow x = \frac{420}{47}\text{ cm}$$

Portanto, como $\frac{420}{47} \cong 8,9$, segue que a medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de 9cm.